

場の量子論 p50check2.2

谷脇 貞善

2021 年 12 月 11 日

1 クライン-ゴルドン方程式

1.1 流れ

$$\partial_\mu j^\mu = \frac{i}{2m} \partial_\mu \{ \phi^* \partial^\mu \phi - (\partial^\mu \phi^*) \phi \} \quad (1)$$

$$= \frac{i}{2m} \{ (\partial_\mu \phi^*) \partial^\mu \phi + \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi - (\partial_\mu \partial^\mu \phi^*) \phi - (\partial^\mu \phi^*) \partial_\mu \phi \} \quad (2)$$

$$= \frac{i}{2m} \{ \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi - (\partial_\mu \partial^\mu \phi^*) \phi \} \quad (3)$$

$$= \frac{-im}{2} \{ \phi^* \phi - \phi^* \phi \} \quad (4)$$

$$= 0 \quad (5)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V d^3 \mathbf{x} \rho(\mathbf{x}, t) \quad (6)$$

$$= \int_V d^3 \mathbf{x} \frac{\partial \rho}{\partial t}(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

$$= \int_V d^3 \mathbf{x} \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$$= \int_{\partial V} dS \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

$$= 0 \quad (10)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi(t, \mathbf{x}) = (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) N e^{-iEt} = (-E^2 + m^2) N e^{-iEt} = 0 \quad (11)$$

$$E = \pm m \quad (12)$$

$$\rho = \frac{i}{2m} \{ \phi^* \partial^0 \phi - (\partial^0 \phi^*) \phi \} \quad (13)$$

$$= \frac{i}{2m} \{ N^* e^{iEt} (-iE) N e^{-iEt} - (N^* iE e^{iEt}) N e^{-iEt} \} \quad (14)$$

$$= \frac{E |N|^2}{m} \quad (15)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房, 2014, ISBN9784785325114)