

場の量子論 p52check2.3

谷脇 貞善

2021 年 12 月 24 日

1 クライン-ゴルドン方程式

1.1 平面波

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2\right)N e^{\mp i(E_{\mathbf{p}}t - \mathbf{p}\mathbf{x})} \quad (1)$$

$$= (-E_{\mathbf{p}}^2 + p^2 + m^2)N e^{\mp i(E_{\mathbf{p}}t - \mathbf{p}\mathbf{x})} \quad (2)$$

$$= 0 \quad (3)$$

$$\hat{H}\phi^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) = (i\frac{\partial}{\partial t})N e^{\mp i(E_{\mathbf{p}}t - \mathbf{p}\mathbf{x})} \quad (4)$$

$$= \pm E_{\mathbf{p}}\phi^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) \quad (5)$$

$$\hat{p}\phi^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) = (-i\nabla)N e^{\mp i(E_{\mathbf{p}}t - \mathbf{p}\mathbf{x})} \quad (6)$$

$$= \pm \mathbf{p}\phi^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) \quad (7)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \int d^3\mathbf{p} \{a^{(+)}(\mathbf{p})\phi^{(+)}(t, \mathbf{x}) + a^{(-)}(\mathbf{p})\phi^{(-)}(t, \mathbf{x})\} \quad (8)$$

$$= \int d^3\mathbf{p} \{a^{(+)}(\mathbf{p})(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi^{(+)}(t, \mathbf{x}) + a^{(-)}(\mathbf{p})(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi^{(-)}(t, \mathbf{x})\} \quad (9)$$

$$= 0 \quad (10)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)