

# 場の量子論 p90check4.2

谷脇 貞善

2023 年 8 月 19 日

## 1 ディラック方程式

### 1.1 $\gamma$ 行列、 $N = 2$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\text{tr}(AB) = \text{tr} \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix} = ae + bg + cf + dh \quad (2)$$

$$\text{tr}(BA) = \text{tr} \begin{pmatrix} ae + cf & be + df \\ ag + ch & bg + dh \end{pmatrix} = ae + bg + cf + dh \quad (3)$$

$$\det(AB) = \det \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$= acef + bcfg + adeh + bdgh - acef - bceh - adfg - bdgh \quad (5)$$

$$= bcfg + adeh - bceh - adfg \quad (6)$$

$$= \det(A)\det(B) \quad (7)$$

### 1.2 本題

$\lambda_k: \gamma^0$  の固有値。  $v_k: \gamma^0$  の固有ベクトル ( $k = 1, 2, \dots, N$ )。

$$(\gamma^0)^2 v_k = \lambda_k^2 v_k = ev_k = 1v_k \quad (8)$$

$$\lambda_k = \pm 1 \quad (9)$$

$$N = \sum_k 1 = \sum_{k: \lambda_k=1} 1 + \sum_{k: \lambda_k=-1} 1 \quad (10)$$

$$0 = \text{tr}(\gamma^0) = \sum_k \lambda_k = \sum_{k: \lambda_k=1} 1 - \sum_{k: \lambda_k=-1} 1 \quad (11)$$

$$N = 2 \sum_{k: \lambda_k=1} 1 \quad (12)$$

## 参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)