

場の量子論 p93check4.5

谷脇 貞善

2023 年 9 月 12 日

1 ディラック方程式

1.1 $d = 4$

$$\{\gamma_D^0, \gamma_D^0\} = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= 2I_4 \quad (3)$$

$$\{\gamma_D^j, \gamma_D^0\} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ -\sigma_j & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= 0 \quad (6)$$

$$\{\gamma_D^j, \gamma_D^k\} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$= \begin{pmatrix} -\sigma_j \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_j \sigma_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sigma_k \sigma_j & 0 \\ 0 & -\sigma_k \sigma_j \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$= 2\eta_{jk} I_4 \quad (9)$$

$$(\tilde{\gamma}_D^0)^\dagger = (S^\dagger \gamma_D^0 S)^\dagger = (S)^\dagger (\gamma_D^0)^\dagger (S^\dagger)^\dagger = S^\dagger \gamma_D^0 S = \tilde{\gamma}_D^0 \quad (10)$$

$$(\tilde{\gamma}_D^j)^\dagger = (S^\dagger \gamma_D^j S)^\dagger = (S)^\dagger (\gamma_D^j)^\dagger (S^\dagger)^\dagger = -S^\dagger \gamma_D^j S = -\tilde{\gamma}_D^j \quad (11)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房, 2014, ISBN9784785325114)