

場の量子論 p96check4.7

谷脇 貞善

2023 年 9 月 15 日

1 ディラック方程式

1.1 スピン角運動量

$$\mathbf{S} = \left(\frac{i}{2} \gamma^2 \gamma^3, \frac{i}{2} \gamma^3 \gamma^1, \frac{i}{2} \gamma^1 \gamma^2 \right) \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} -\sigma_2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \sigma_3 \end{pmatrix} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & 0 \\ 0 & -i\sigma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sigma_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sigma_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}^2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{4}I_2 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4}I_2 \end{pmatrix} = \frac{3}{4}I_4 \quad (3)$$

$$[S_1, S_2] = \frac{1}{4} \left[\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_2 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_2 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{pmatrix} \right] \quad (4)$$

$$= \frac{i}{4} \left[\begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\sigma_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_3 \end{pmatrix} \right] = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = iS_3 \quad (5)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)