

場の量子論 p107check4.10

谷脇 貞善

2023 年 9 月 21 日

1 ディラック方程式

1.1 公式

$$\sigma_j \sigma_k = \frac{1}{2} \{ \sigma_j, \sigma_k \} + \frac{1}{2} [\sigma_j, \sigma_k] \quad (1)$$

$$= \delta_{jk} I_2 + i \sum_l \epsilon_{jkl} \sigma_l \quad (2)$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\vec{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \sum_j \sum_k \sigma_j \sigma_k a_j b_k \quad (3)$$

$$= \sum_j \sum_k \delta_{jk} I_2 a_j b_k + i \sum_j \sum_k \sum_l \epsilon_{jkl} \sigma_l a_j b_k \quad (4)$$

$$= \sum_j \sum_k \delta_{jk} a_j b_k I_2 + i \sum_l \sigma_l \sum_j \sum_k \epsilon_{jkl} a_j b_k \quad (5)$$

$$= \sum_j a_j b_j I_2 + i \sum_l \sigma_l (\mathbf{a} \times \mathbf{b})_l \quad (6)$$

$$= \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} I_2 + i \vec{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (7)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)