

場の量子論 p155check6.2

谷脇 貞善

2023 年 10 月 26 日

1 本題

$$T = T^{-1} = i\gamma^1\gamma^3 = i \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= -T^* = T^\dagger = -T^T \quad (2)$$

$$T^{-1}\gamma^0T = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} = (\gamma^0)^* \quad (4)$$

$$T^{-1}\gamma^1T = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_3 \\ i\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix} = -(\gamma^1)^* \quad (6)$$

$$T^{-1}\gamma^2T = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ -I_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} = -(\gamma^2)^* \quad (8)$$

$$T^{-1}\gamma^3T = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & i\sigma_1 \\ -i\sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} = -(\gamma^3)^* \quad (10)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)