

場の量子論 p160check6.5

谷脇 貞善

2023 年 11 月 2 日

1 本題

$$U\gamma_W^0 U^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ -I_2 & I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2I_2 & 0 \\ 0 & -2I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} = \gamma_D^0 \quad (2)$$

$$U\gamma_W^j U^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^j \\ \sigma^j & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma^j & -\sigma^j \\ -\sigma^j & -\sigma^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2\sigma^j \\ -2\sigma^j & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} = \gamma_D^j \quad (4)$$

$$C = i\gamma_W^2 \gamma_W^0 = i \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} -\sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$C(\gamma_W^0)^T C^{-1} = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma^2 \\ i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -I_2 \\ -I_2 & 0 \end{pmatrix} = -\gamma_W^0 \quad (7)$$

$$C(\gamma_W^1)^T C^{-1} = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix} = -\gamma_W^1 \quad (9)$$

$$C(\gamma_W^2)^T C^{-1} = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & iI_2 \\ iI_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} = -\gamma_W^2 \quad (11)$$

$$C(\gamma_W^3)^T C^{-1} = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ \sigma^1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix} = -\gamma_W^3 \quad (13)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)