

場の量子論 p195check7.3

谷脇 貞善

2024 年 1 月 11 日

1 本文

$$\exp\{X\} \exp\{Y\} \quad (1)$$

$$= \{1 + X + \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{6}X^3 + (\text{四次以上の項})\} \{1 + Y + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{6}Y^3 + (\text{四次以上の項})\} \quad (2)$$

$$= 1 + X + \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{6}X^3 + Y + XY + \frac{1}{2}X^2Y + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{2}XY^2 + \frac{1}{6}Y^3 + (\text{四次以上の項}) \quad (3)$$

$$= 1 + X + Y + \frac{1}{2}X^2 + XY + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2Y + \frac{1}{2}XY^2 + \frac{1}{6}Y^3 + (\text{四次以上の項}) \quad (4)$$

$$\exp\{X + Y + \frac{1}{2}[X, Y] + \frac{1}{12}([X, [X, Y]] + [Y, [Y, X]]) + (\text{四次以上の項})\} \quad (5)$$

$$= 1 + X + Y + \frac{1}{2}XY - \frac{1}{2}YX + \frac{1}{12}X^2Y - \frac{1}{12}XYX - \frac{1}{12}XYX + \frac{1}{12}YX^2 + \frac{1}{12}Y^2X - \frac{1}{12}YXY - \frac{1}{12}YXY + \frac{1}{12}XY^2 \\ + \frac{1}{2}(X + Y + \frac{1}{2}XY - \frac{1}{2}YX)^2 + \frac{1}{6}(X + Y)^3 + (\text{四次以上の項}) \quad (6)$$

$$= 1 + X + Y + \frac{1}{2}XY - \frac{1}{2}YX + \frac{1}{12}X^2Y - \frac{1}{6}XYX + \frac{1}{12}YX^2 + \frac{1}{12}Y^2X - \frac{1}{6}YXY + \frac{1}{12}XY^2 \\ + \frac{1}{2}(X^2 + XY + YX + Y^2 + \frac{1}{2}XYX - \frac{1}{2}YX^2 + \frac{1}{2}XY^2 - \frac{1}{2}YXY + \frac{1}{2}X^2Y - \frac{1}{2}XYX + \frac{1}{2}YXY - \frac{1}{2}Y^2X) \\ + \frac{1}{6}(X^3 + XYX + YX^2 + Y^2X + X^2Y + XY^2 + YXY + Y^3) + (\text{四次以上の項}) \quad (7)$$

$$= 1 + X + Y + \frac{1}{2}XY - \frac{1}{2}YX + \frac{1}{12}X^2Y - \frac{1}{6}XYX + \frac{1}{12}YX^2 + \frac{1}{12}Y^2X - \frac{1}{6}YXY + \frac{1}{12}XY^2 \\ + \frac{1}{2}(X^2 + XY + YX + Y^2 + \frac{1}{2}X^2Y + \frac{1}{2}XY^2 - \frac{1}{2}YX^2 - \frac{1}{2}Y^2X) \\ + \frac{1}{6}(X^3 + X^2Y + XYX + XY^2 + YX^2 + YXY + Y^2X + Y^3) + (\text{四次以上の項}) \quad (8)$$

$$= 1 + X + Y + \frac{1}{2}X^2 + XY + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2Y + \frac{1}{2}XY^2 + \frac{1}{6}Y^3 + (\text{四次以上の項}) \quad (9)$$

参考文献

- [1] 坂本眞人著「場の量子論-不変性と自由場を中心にして」(裳華房,2014,ISBN9784785325114)